



Zdolności arytmetyczne



Zdolności arytmetyczne

- Nabywanie, przechowywanie i wydobywanie z pamięci długotrwałej wiedzy o faktach arytmetycznych
- Trwałe opanowywanie wiedzy proceduralnej i jej stosowanie
- Konceptyjna wiedza matematyczna





Wiedza o faktach arytmetycznych

- **Fakty arytmetyczne** – proste działania rachunkowe z udziałem (najczęściej) jednocyfrowych operandów (np. $4+2$, $8:4$), których wyniki przechowywane są w pamięci długotrwałej i przywoływane z tej pamięci.
- Fakty arytmetyczne są zorganizowane w formie sieci asocjacyjnych (skojarzeniowych).
- Dany problem arytmetyczny ($3 \cdot 5$) zostaje asocjacyjnie powiązany z określoną odpowiedzią (15).
- Dzieje się tak dzięki wielokrotnej prezentacji bądź wielokrotnie wykonywanym ćwiczeniom obliczeniowym.





Tabliczka mnożenia

- Tabliczka mnożenia to klasyczna forma wiedzy o faktach liczbowych, którą przyswajamy w większości na drodze ćwiczeń.
- Niektóre fakty matematyczne oparte są na regule – np. $(3 \cdot 0) = 0$ – wystarczy zrozumieć tylko jedno zadanie, aby rozwiązać wszystkie inne zadania tego typu.
- Większość faktów musi być wyuczona i przywoływana jest asocjacyjnie.
- Niektóre fakty z tabliczki mnożenia zapamiętywane są łatwiej, a inne trudniej – np. łatwiej zapamiętywane są fakty dotyczące mniejszych operandów, dwóch takich samych operandów (kwadraty liczb), fakty, w których jednym z operandów jest liczba 5.





Deficyty w zakresie wiedzy o faktach

- Zaburzenia gromadzenia wiedzy o faktach arytmetycznych.
- Zaburzenia przywoływania faktów arytmetycznych.
- Błędy operandu – uczeń podczas przywoływania faktów dotyczących mnożenia podaje nieprawidłową liczbę – znajdującą się w tabeli mnożenia w bezpośrednim sąsiedztwie poprawnego rozwiązania.





Błąd operandu

drugi operand

p
i
e
r
w
s
z
y

o
p
e
r
a
n
d

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A

B

C



Zadania produktywne i zadania weryfikacyjne

- **Zadania produktywne** – osoba widzi lub słyszy zadanie i musi sama wygenerować odpowiedź.
Ma podany przykład i ma podać wynik.
- **Zadania weryfikacyjne** – osoba widzi kompletne zadanie – problem wraz z rozwiązaniem np. $3 \cdot 7 = 24$ i ma zdecydować, czy rozwiązanie jest prawidłowe czy błędne.
- Łatwiej jest dostrzec błędy, w przykładach, gdzie podano wynik spoza tabeli mnożenia, niż kiedy wynik należy do tabeli mnożenia i jest wynikiem dla sąsiedniego operandu.

$$3 \cdot 6 = 17$$

$$3 \cdot 6 = 24$$





Proceduralna wiedza arytmetyczna

- **Proceduralna wiedza matematyczna** – wiedza dotycząca obliczania algorytmów matematycznych czyli właściwej kolejności procedur matematycznych podczas wielopoziomowych i złożonych obliczeń.

Np. pisemne dodawanie

- rozpoznanie rodzaju działania – dodawanie
- zapisanie prawidłowo liczb (przestrzenna organizacja zapisu) jedna pod drugą, rząd jedności pod rzędem jedności itd.
- proces obliczeniowy – od czego zacząć, co zrobić przy przekroczeniu progu dziesiątkowego





Deficyty proceduralne

- zapominanie procedury - dawno nie była stosowana, jest słabo utrwalona, nie bazuje na rozumieniu
np. dzielenie ułamka przez ułamek – mnożenie przez odwrotność dzielnika
- zapominanie elementu procedury - (osłabiona pamięć operacyjna)
np. zapominanie o przeniesieniu 1 do wyższego rzędu (informacja przechowywana w pętli fonologicznej);
nieuwzględnianie zasad dotyczących kolejności wykonywania działań

$$3 + 4 \cdot 5 =$$





Pamięć operacyjna

- Pamięć operacyjna – system pamięciowy, odpowiedzialny za przejściowe magazynowanie i przetwarzanie treści pamięciowych.
- Centralny system wykonawczy – komponent pamięci operacyjnej – nadzorujący system kontroli,
 - koordynuje aktywność obu systemów zapamiętywania, z których jeden zajmuje się przetwarzaniem materiału werbalno-fonologicznego (pętla fonologiczna), a drugi materiału wzrokowo-przestrzennego.





Deficyty proceduralne

- stałe i systematyczne popełnianie błędów w wyniku nieprawidłowego przyswojenia elementów wiedzy proceduralnej – błędy dydaktyczne, uproszczenia, własne błędne strategie,
 - odejmowanie zawsze liczby mniejszej od większej

$$27-13=14$$

$$24-17=13$$

$$27-13=(20-10)+(7-3)=14$$

$$24-17=(20-10)+(7-4)=13$$

- Alternatywny algorytm:

Odejmuj dziesiątki od dziesiątek a jedności od jedności.

Jeżeli liczba jedności jest większa w odjemnej niż w odjemniku to wynik dodaj do dziesiątek.

Jeżeli liczba jedności jest mniejsza w odjemnej niż w odjemniku to wynik odejmij od dziesiątek.





Deficyty proceduralne

- kolejność wykonywania działań – dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie

$$5 \cdot 4 : 2 \cdot 4$$

- Błędy stałe i systematycznie popełniane – błędnie przyswojone procedury.
- Błędy nietrwałe, spowodowane deficytami w zakresie kontroli umysłowej procesu wykonywania obliczeń.





Koncepcyjna wiedza arytmetyczna

- Koncepcyjna wiedza arytmetyczna to rozumienie działań arytmetycznych, a także prawidłowości i algorytmów, leżących u podstaw tychże działań.

$$12 \cdot 4 = 48$$

$$4 \cdot 12$$

$$12 + 12 + 12 + 12$$

- Uczeń nie pamięta ile jest $4 \cdot 9$ (deficyt wiedzy o faktach).
- Radzi sobie licząc $(2 \cdot 9) + (2 \cdot 9)$ – właściwa wiedza koncepcyjna.





Deficyty wiedzy koncepcyjnej

$$35 \cdot 12 = 3570$$

$$35 \cdot 1 = 35$$

$$35 \cdot 2 = 70$$

- stąd wynik 3570
- Elementy wiedzy proceduralnej zachowane, deficyt wiedzy koncepcyjnej.

